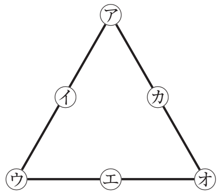
第 27 講　場合の数・確率(1)

1　スペードの A，2，3，4，5，6 の 6 枚と，ハートの A，2，3，4, 5, 6 の 6 枚の合計 12 枚のトランプのカードから 6 枚を選び，右図の正三角形の辺上の㋐㋑㋒㋓㋔㋕の位置に 1 枚ずつ置く．正三角形の各辺にはそれぞれ 3 枚のカードが置かれるが，このとき，スペードのカードが 3 枚並ぶ辺の数を n とする．



(1)　$n=3$ である場合の数を求めよ．

(2)　$n=2$ である場合の数を求めよ．

(3)　$n=1$ である場合の数を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

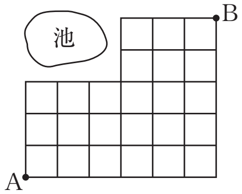
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 ［1］ 10 段ある階段を登るのに 1 段または 2 段登るとする．

(1) この 10 段を登りきる方法は全部で何通りあるか．

(2) (1)のうち，7 段目を踏まない登り方は何通りあるか．

［2］ 右図のような街路のある町がある．地点 A から地点 B までの最短経路は何通りあるか．



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 表裏が同確率で出るコインを 5 回投げる.

(1) 5 回とも同じ面が出る確率を求めよ.

(2) 同じ面が 2 回以上連続して出ない確率を求めよ.

(3) 同じ面がちょうど 4 回連続して出ることがある確率を求めよ.

(4) 同じ面がちょうど 3 回連続して出ることがある確率を求めよ.

(5) 同じ面がちょうど 2 回連続して出ることがあるが, 3 回は連続して出ない確率を求めよ.

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

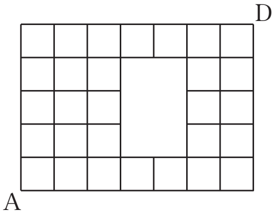
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第27講　場合の数・確率(1)

［1］　11段の階段を，一足で1段上っても2段上ってもよいとする．これ以外の上がり方は認められず，また連続して2段ずつは上れないとする．このとき，11段上る上り方は **アイ** 通りある．

［2］　白5個，黒8個の碁石を一列に並べるとき，白石5個が続く並べ方は **ウ** 通りであり，黒石が7個以上続かないようにする並べ方は **エオカキ** 通りある．

［3］　右の図のような道がある町があるとき，A地点からD地点まで行く最短経路は **クケコ** 通りある．



©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

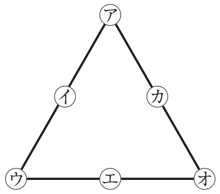
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第27講　場合の数・確率(1)

1　スペードのA，2，3，4，5，6の6枚と，ハートのA，2，3，4, 5, 6の6枚の合計12枚のトランプのカードから6枚を選び，右図の正三角形の辺上の㋐㋑㋒㋓㋔㋕の位置に1枚ずつ置く．正三角形の各辺にはそれぞれ3枚のカードが置かれるが，このとき，スペードのカードが3枚並ぶ辺の数を n とする．



(1)　$n=3$ である場合の数を求めよ．

(2)　$n=2$ である場合の数を求めよ．

(3)　$n=1$ である場合の数を求めよ．

(1)　$n=3$ となるのは，㋐～㋕すべてにスペードのカードを置くとき．
よって求める場合の数は　$6!=$**720（通り）**

(2)　$n=2$ となるのは，㋑㋓㋕のいずれか1つだけにハートを置くとき．
ハートの選び方が ${}_6C_1$ 通り．それを置く場所の選び方が ${}_3C_1$ 通り
スペードの置き方が，${}_6C_5\times5!={}_6P_5$（通り）
よって求める場合の数は，${}_6C_1\times{}_3C_1\times{}_6P_5=6\times3\times720=$**12960（通り）**

(3)　$n=1$ となるときを考える．
㋐㋑㋒にスペードが並んでいるとき，その並べ方は　${}_6P_3$ 通り
このとき，条件を満たすのは次の場合
　(i)　㋓㋔㋕がすべてハートのとき　　${}_6P_3$ 通り
　(ii)　㋓㋔㋕のうち2枚がハート，1枚がスペードのとき　　${}_6C_2\times{}_3C_1\times3!$ 通り
　(iii)　㋔がハート，㋓㋕がスペードのとき　　${}_6C_1\times{}_3P_2$ 通り
㋒㋓㋔，㋔㋕㋐にスペードが並ぶときも同様である．
以上より，求める場合の数は
$${}_6P_3\times({}_6P_3+{}_6C_2\times{}_3C_1\times3!+{}_6C_1\times{}_3P_2)\times3=120\times426\times3=\mathbf{153360}$$ **（通り）**

©RECRUIT HOLDINGS

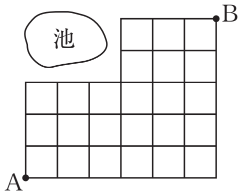
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 ［1］ 10 段ある階段を登るのに 1 段または 2 段登るとする．
(1) この 10 段を登りきる方法は全部で何通りあるか．
(2) (1)のうち，7 段目を踏まない登り方は何通りあるか．

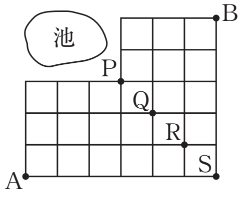
(1) 1 段登ることを A，2 段上ることを B とする．
B が起こる回数を x 回とすると，$x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$
$x=0$ のとき，A が 10 回より　1 通り
$x=1$ のとき，A が 8 回，B が 1 回で　${}_9C_1$ 通り
$x=2$ のとき，A が 6 回，B が 2 回で　${}_8C_2$ 通り
$x=3$ のとき，A が 4 回，B が 3 回で　${}_7C_3$ 通り
$x=4$ のとき，A が 2 回，B が 4 回で　${}_6C_4$ 通り
$x=5$ のとき，B が 5 回より　1 通り
よって求める場合の数は
$1+{}_9C_1+{}_8C_2+{}_7C_3+{}_6C_4+1=1+9+28+35+15+1=$ **89（通り）**

(2) 7 段目を踏まないのは，6 段目を踏み，次に 2 段登るときである．
6 段目を踏むまでの登り方は，(1)同様に考えて
$1+{}_5C_1+{}_4C_2+1=1+5+6+1=13$（通り）
8 段目から 10 段目までの登り方は　2 通り
よって求める場合の数は　$13\times1\times2=$ **26（通り）**

2 ［2］ 右図のような街路のある町がある．地点 A から地点 B までの最短経路は何通りあるか．



A から B までの最短経路を考えたとき，右図の地点 P，Q，R，S のいずれか 1 点のみを必ず通る．



(i) P を通るとき　$\dfrac{6!}{3!3!}\times\dfrac{5!}{3!2!}=20\times10=200$（通り）

(ii) Q を通るとき　$\dfrac{6!}{4!2!}\times\dfrac{5!}{2!3!}=15\times10=150$（通り）

(iii) R を通るとき　$\dfrac{6!}{5!1!}\times\dfrac{5!}{1!4!}=6\times5=30$（通り）

(iv) S を通るとき　$1\times1=1$（通り）

以上より，求める場合の数は　$200+150+30+1=$ **381（通り）**

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　表裏が同確率で出るコインを5回投げる．

(1)　5回とも同じ面が出る確率を求めよ．

(2)　同じ面が2回以上連続して出ない確率を求めよ．

(3)　同じ面がちょうど4回連続して出ることがある確率を求めよ．

(4)　同じ面がちょうど3回連続して出ることがある確率を求めよ．

(5)　同じ面がちょうど2回連続して出ることがあるが，3回は連続して出ない確率を求めよ．

5回の面の出方は2^5通り．また表が出ることを○，裏が出ることを×と表す．

(1)　5回とも同じ面が出るのは，5回とも○，または5回とも×の2通り

よって求める確率は　$\dfrac{2}{2^5}=\mathbf{\dfrac{1}{16}}$

(2)　同じ面が2回以上連続しないのは，○と×が交互に起こるときである．

つまり ○×○×○，または ×○×○× の2通りより，求める確率は $\mathbf{\dfrac{1}{16}}$

(3)　同じ面がちょうど4回連続するのは，○が4回連続のとき ○○○○×，×○○○○ の2通り．

×が4回連続のときも同様2通り．よって求める確率は　$\dfrac{2\times2}{2^5}=\mathbf{\dfrac{1}{8}}$

(4)　○がちょうど3回連続するのは，○，×どちらでもよいときを△とすると

○○○×△ … △が○か×かで2通り

×○○○× …1通り

△×○○○ …2通り　　よって　2＋1＋2＝5通り

したがって，求める確率は　$\dfrac{5\times2}{2^5}=\mathbf{\dfrac{5}{16}}$

(5)　(i)　○がちょうど2回のみ連続し，×が1回も連続しないものは

○○×○○，○○×○×，×○○×○，○×○○×，×○×○○ の5通り

(ii)　○がちょうど2回のみ連続し，×も2回のみ連続するものは

○○××○，×○○××，○××○○，××○○× の4通り

(i)は○と×を入れ替えたものもあるので，求める確率は　$\dfrac{5\times2+4}{2^5}=\mathbf{\dfrac{7}{16}}$

(別解)　(1)〜(4)の余事象が，求める確率の事象である．

したがって，求める確率は　$1-\left(\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{5}{16}\right)=\dfrac{7}{16}$

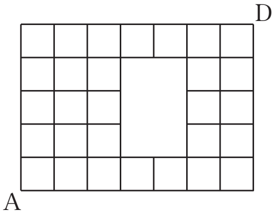
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第27講　場合の数・確率(1)

［1］ 11段の階段を，一足で1段上っても2段上ってもよいとする．これ以外の上がり方は認められず，また連続して2段ずつは上れないとする．このとき，11段上る上り方は **アイ** 通りある．

［2］ 白5個，黒8個の碁石を一列に並べるとき，白石5個が続く並べ方は **ウ** 通りであり，黒石が7個以上続かないようにする並べ方は **エオカキ** 通りある．

［3］ 右の図のような道がある町があるとき，A地点からD地点まで行く最短経路は **クケコ** 通りある．



解答例

［1］ 一足で1段上がることをA，2段上がることをBとする．

Bが隣り合わないことを考慮し，11段上がるのは，

Aが11回のとき　1通り　　Aが9回，Bが1回のとき　${}_{10}C_1=10$ 通り

Aが7回，Bが2回のとき　Aの間または両端にBを入れる ${}_{8}C_2=28$ 通り

Aが5回，Bが3回のとき　${}_{6}C_3=20$ 通り　　Aが3回，Bが4回のとき　${}_{4}C_4=1$ 通り

したがって求める上り方は　$1+10+28+20+1=\mathbf{60}$（通り）

［2］ 白石を○，黒石を●とする．

○が5個並ぶのは，○5個をひとかたまりとする順列を考えて $\dfrac{9!}{8!1!}=\mathbf{9}$（通り）

13個の石の並べ方の総数は　$\dfrac{13!}{5!8!}=1287$ 通り

このうち，●が7個以上隣り合うのは，白黒どちらでもよい場合を△とすると以下．

●●●●●●●△△△△△△　　○●●●●●●●△△△△△

△○●●●●●●●△△△△　　△△○●●●●●●●△△△

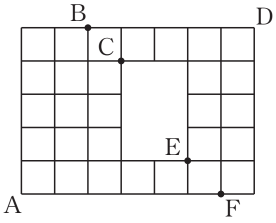
△△△○●●●●●●●△△　　△△△△○●●●●●●●△

△△△△△○●●●●●●●

それぞれについて，△のうちの1つが●であり，その選び方を考えて，

${}_{6}C_1+{}_{5}C_1\times6=6+30=36$　　したがって求める並べ方は　$1287-36=\mathbf{1251}$（通り）

［3］ 右図でA→B→Dの進み方は　$\dfrac{7!}{5!2!}\times1=21$ 通り



A→C→Dは $\dfrac{7!}{4!3!}\times\dfrac{5!}{4!1!}=175$ 通り

A→E→Dは $\dfrac{6!}{5!1!}\times\dfrac{6!}{4!2!}=90$ 通り

A→F→Dは $1\times\dfrac{6!}{5!1!}=6$ 通り

したがって求める最短経路は　$21+175+90+6=\mathbf{292}$（通り）

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。